

УМОВИ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

Київ — 2021

1. Задача Коші

1. На відрізку $x \in [1; 2]$ з кроком $h = 0.1$ розв'язати рівняння методом Рунге-Кутта II порядку точності $(x^2 + y^2)y' = 1$; $y(1) = 1.1323$.

2. За допомогою явного трьохкрокового методу Адамса побудувати таблицю значень функції $y(1)$ на відрізку $x \in [0; 1]$ з кроком $h = 0.1$: $y' = 0.25y^2 + x^2$; $y(0) = -1$. Початкові значення $y(x)$ знайти методом Рунге-Кутта.

3. За допомогою методу Ейлера-Коші побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [0; \pi/4]$ з кроком $h = \pi/40$: $2y' + \frac{\sin 2x}{2 - \sin^2 x}$; $y(0) = 0$.

4. На відрізку $x \in [0.5; 1]$ з кроком $h = 0.05$ розв'язати рівняння методом Рунге-Кутта 4-го порядку точності: $y' = \frac{y - x}{y + x}$; $y(1) = 0$.

5. За допомогою неявного трьохкрокового методу Адамса побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [1; 2]$ з кроком $h = 0.1$: $yy' - 2y + x = 0$; $y(1) = 2$. Початкові значення $y(x)$ знайти методом Рунге-Кутта.

6. На відрізку $x \in [0; 1]$ з кроком $h = 0.1$ розв'язати рівняння методом Рунге-Кутта 3-го порядку точності: $y' = 0.4y - 0.002x(1 - 0.2x)$;

$$y(0) = 1.$$

7. На відрізку $x \in [1; 2]$ з кроком $h = 0.1$ розв'язати рівняння методом Рунге-Кутта 4 порядку точності: $y' = \sqrt{x}y^2 + 1$; $y(1) = 0$.

8. За допомогою неявного двохкрокового методу Адамса побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [1; 2]$ з кроком $h = 0.1$: $y' = \sqrt{x} - \sqrt{y}$; $y(1) = 1$. Початкові значення $y(x)$ знайти методом Рунге-Кутта.

9. За допомогою модифікованого методу Ейлера побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [0.1; 1]$ з кроком $h = 0.1$: $y' = 0.4y + 0.002x(1 - 0.2x)$; $y(0.1) = 1.0408$.

10. За допомогою методу явного трьохкрокового методу Адамса побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [0; 1]$ з кроком $h = 0.1$: $y' = \sqrt{x} + \sqrt{y}$; $y(0) = 0$. Початкові значення $y(x)$ знайти методом Рунге-Кутта.

11. За допомогою методу Ейлера-Коші побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [2.6; 6.2]$ з кроком $h = 0.2$: $y' = x + \cos \frac{y}{\pi}$; $y(2.6) = 5.122$.

12. На відрізку $x \in [0; 1.2]$ з кроком $h = 0.1$ розв'язати рівняння методом Рунге-Кутта 3-го порядку точності: $y' = \frac{x}{y} + 0.5y$; $y(0) = 1$.

13. За допомогою явного двокрокового методу

Адамса на відрізку $x \in [0; 1]$ з кроком $h = 0.1$ розв'язати рівняння: $y = 2y' + x + (y')^2$; $y(0) = 5.25$. Початкові значення $y(x)$ знайти методом Рунге-Кутта.

14. На відрізку $x \in [-2; 1]$ з точністю з кроком $h = 0.2$ розв'язати рівняння методом Рунге-Кутта 4-го порядку точності: $y' = 4 - x^2 - y^2$; $y(-2) = 0.5$.

15. На відрізку $x \in [0; 0.5]$ з точністю розв'язати задачу Коші для системи диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} x' = -2 + 5z \\ y' = -(1 - \sin t)x - y + 3z \\ z' = -x + 2z \\ x(0) = 2; y(0) = 1; z(0) = 1 \end{cases} \quad \text{з кроком } h =$$

0.05, застосувавши метод Ейлера.

16. На відрізку $x \in [0; 1]$ розв'язати задачу Коші для диференціального рівняння

$$\begin{cases} y''' = -xy \\ y(0) = 0; \\ y'(0) = 1; \\ y''(0) = 0; \end{cases} \quad \text{з кроком } h = 0.1, \text{ застосувавши}$$

метод Ейлера-Коші.

17. Розв'язати з кроком $h = 0.1$ на відрізку $x \in [1; 2]$ задачу Коші для диференціального рівняння другого порядку, звівши його до системи диференціальних рівнянь першого порядку з на-

ступним застосуванням методу Рунге-Кутта 2-го порядку точності:

$$\begin{cases} y'' = -\frac{\sqrt{y^2 - x}}{2\sqrt{3}x^2} \\ y(1) = 2; \\ y'(1) = 1 \end{cases}$$

18. Розв'язати з кроком $h = 0.1$ на відрізку $x \in [0; 1]$ задачу Коші для диференціального рівняння другого порядку, звівши його до системи диференціальних рівнянь першого порядку з наступним застосуванням модифікованого методу Ейлера.

$$\begin{cases} y''(1 - 3x(y')^2) + (y')^3 = 0 \\ y(0) = 0; \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

19. Розв'язати з кроком $h = 0.1$ на відрізку $x \in [1; 2]$ задачу Коші для диференціального рівняння другого порядку, звівши його до системи диференціальних рівнянь першого порядку з наступним застосуванням методу Ейлера-Коші

$$\begin{cases} y'' = -\frac{\sqrt{x + y^2}}{4\sqrt{2}x^2} \\ y(1) = 1; \\ y'(1) = 0.5 \end{cases}$$

20. На відрізку $x \in [0; 0.9]$ з точністю розв'язати задачу Коші для системи диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} (1-x)^2 z' = zx + y \\ y' = z; \\ y(0) = 1; z(0) = 1 \end{cases} \quad \text{з кроком } h = 0.1, \text{ за-}$$

стосувавши метод Ейлера.

21. На відрізку $x \in [1; 2]$ з кроком $h = 0.1$ розв'язати рівняння явним двокроковим методом Адамса $(x^2 + y^2)y' = 1$; $y(1) = 1.1323$. Початкові значення $y(x)$ знайти методом Ейлера-Коші.

22. За допомогою методу Ейлера-Коші побудувати таблицю значень функції $y(1)$ на відрізку $x \in [0; 1]$ з кроком $h = 0.1$: $y' = 0.25y^2 + x^2$; $y(0) = -1$.

23. За допомогою методу Рунге-Кутта 4-го порядку точності побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [0; \pi/4]$ з кроком $h = \pi/40$: $2y' + \frac{\sin 2x}{2 - \sin^2 x}$; $y(0) = 0$.

24. На відрізку $x \in [0.5; 1]$ з кроком $h = 0.05$ розв'язати рівняння за допомогою неявного трьохкрокового методу Адамса: $y' = \frac{y-x}{y+x}$; $y(1) = 0$. Початкові значення $y(x)$ знайти методом Рунге-Кутта.

25. За допомогою методу Рунге-Кутта 3-го порядку точності побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [1; 2]$ з кроком $h = 0.1$: $yy' - 2y + x = 0$; $y(1) = 2$.

26. На відрізку $x \in [0; 1]$ з кроком $h = 0.1$ розв'язати рівняння методом Рунге-Кутта 2-го порядку точності: $y' = 0.4y - 0.002x(1 - 0.2x)$; $y(0) = 1$.

27. На відрізку $x \in [1; 2]$ з кроком $h = 0.1$ розв'язати рівняння за допомогою неявного двохкрокового методу Адамса : $y' = \sqrt{xy^2} + 1$; $y(1) = 0$. Початкові значення $y(x)$ знайти методом Рунге-Кутта.

28. За допомогою модифікованого методу Ейлера побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [1; 2]$ з кроком $h = 0.1$: $y' = \sqrt{x} - \sqrt{y}$; $y(1) = 1$.

29. За допомогою явного трьохкрокового методу Адамса побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [0.1; 1]$ з кроком $h = 0.1$: $y' = 0.4y + 0.002x(1 - 0.2x)$; $y(0.1) = 1.0408$. Початкові значення $y(x)$ знайти методом Рунге-Кутта.

30. За допомогою методу Ейлера-Коші побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [0; 1]$ з кроком $h = 0.1$: $y' = \sqrt{x} + \sqrt{y}$; $y(0) = 0$.

31. За допомогою методу Рунге-Кутта 3-го порядку точності побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [2.6; 6.2]$ з кроком

$h = 0.2$: $y' = x + \cos \frac{y}{\pi}$; $y(2.6) = 5.122$.

32. На відрізку $x \in [0; 1.2]$ з кроком $h = 0.1$ розв'язати рівняння явним двокроковим методом Адамса: $y' = \frac{x}{y} + 0.5y$; $y(0) = 1$. Необхідне для розрахунків початкове значення $y(x)$ знайти методом Рунге-Кутта.

33. За допомогою модифікованого методу Ейлера на відрізку $x \in [0; 1]$ з кроком $h = 0.1$ розв'язати рівняння: $y = 2y' + x + (y')^2$; $y(0) = 5.25$.

34. На відрізку $x \in [-2; 1]$ з точністю з кроком $h = 0.2$ розв'язати рівняння методом Рунге-Кутта 2-го порядку точності: $y' = 4 - x^2 - y^2$; $y(-2) = 0.5$.

35. На відрізку $x \in [2; 2.5]$ з точністю розв'язати задачу Коші для системи диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} x' = 1 + 5z \\ y' = -(1 - \sin t)x - y - 3z \\ z' = x - 2z \end{cases} \quad \text{з кроком } h =$$

 $x(2) = 1; y(2) = 0; z(2) = 1$
0.05, застосувавши метод Ейлера.

36. На відрізку $x \in [0; 1]$ розв'язати задачу Коші для диференціального рівняння

$$\begin{cases} y''' = -xy \\ y(0) = 0; \\ y'(0) = 1; \\ y''(0) = 0; \end{cases} \quad \text{з кроком } h = 0.1, \text{ застосувавши}$$

метод Рунге-Кутта 2-го порядку точності.

37. Розв'язати з кроком $h = 0.1$ на відрізку $x \in [1; 2]$ задачу Коші для диференціального рівняння другого порядку, звівши його до системи диференціальних рівнянь першого порядку з наступним застосуванням модифікованого методу Ейлера:

$$\begin{cases} y'' = -\frac{\sqrt{y^2 - x}}{2\sqrt{3}x^2} \\ y(1) = 2; \\ y'(1) = 1 \end{cases}$$

38. Розв'язати з кроком $h = 0.1$ на відрізку $x \in [0; 1]$ задачу Коші для диференціального рівняння другого порядку, звівши його до системи диференціальних рівнянь першого порядку з наступним застосуванням методу Ейлера-Коші.

$$\begin{cases} y''(1 - 3x(y')^2) + (y')^3 = 0 \\ y(0) = 0; \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

39. Розв'язати з кроком $h = 0.1$ на відрізку $x \in [1; 2]$ задачу Коші для диференціального рівняння другого порядку, звівши його до системи диференціальних рівнянь першого порядку з на-

ступним застосуванням методу Ейлера-Коші

$$\begin{cases} y'' = -\frac{\sqrt{x+y^2}}{4\sqrt{2}x^2} \\ y(1) = 1; \\ y'(1) = 0.5 \end{cases}$$

40. На відрізку $x \in [0; 0.9]$ з точністю розв'язати задачу Коші для системи диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} (1-x)^2 z' = zx + y \\ y' = z - 2; \\ y(2) = 3; z(2) = -1 \end{cases} \quad \text{з кроком } h = 0.1, \text{ за-}$$

стосовавши метод Ейлера.

41. На відрізку $x \in [2; 3]$ з кроком $h = 0.1$ розв'язати рівняння методом Рунге-Кутта III порядку точності $(x^2 + y^2)y' = 1$; $y(2) = 1.1323$.

42. За допомогою методу Рунге-Кутта 4-го порядку точності побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [0; 1]$ з кроком $h = 0.1$: $y' = 0.25y^2 + x^2$; $y(0) = -1$.

43. За допомогою неявного трьохкрокового методу Адамса побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [0; \pi/4]$ з кроком $h = \pi/40$: $2y' + \frac{\sin 2x}{2 - \sin^2 x}$; $y(0) = 0$. Початкові значення $y(x)$ знайти методом Рунге-Кутта.

44. На відрізку $x \in [0.5; 1]$ з кроком $h = 0.05$ розв'язати рівняння методом Ейлера-Коші: $y' =$

$$\frac{y-x}{y+x}; y(1) = 0.$$

45. За допомогою модифікованого методу Ейлера побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [1; 2]$ з кроком $h = 0.1$: $yy' - 2y + x = 0$; $y(1) = 2$.

46. На відрізку $x \in [0; 1]$ з кроком $h = 0.1$ розв'язати рівняння за допомогою неявного двохкрокового методу Адамса: $y' = 0.4y - 0.002x(1 - 0.2x)$; $y(0) = 1$. Початкові значення $y(x)$ знайти методом Рунге-Кутта.

47. На відрізку $x \in [1; 2]$ з кроком $h = 0.1$ розв'язати рівняння методом Ейлера-Коші: $y' = \sqrt{xy^2} + 1$; $y(1) = 0$.

48. За допомогою методу Рунге-Кутта 3-го порядку точності побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [1; 2]$ з кроком $h = 0.1$: $y' = \sqrt{x} - \sqrt{y}$; $y(1) = 1$.

49. За допомогою модифікованого методу Ейлера-Коші побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [0.1; 1]$ з кроком $h = 0.1$: $y' = 0.4y + 0.002x(1 - 0.2x)$; $y(0.1) = 1.0408$.

50. За допомогою методу Рунге-Кутта 2-го порядку точності побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [0; 1]$ з кроком $h = 0.1$: $y' = \sqrt{x} + \sqrt{y}$; $y(0) = 0$.

51. За допомогою явного трьохкрокового мето-

ду Адамса побудувати таблицю значень функції $y(x)$ на відрізку $x \in [2.6; 6.2]$ з кроком $h = 0.2$: $y' = x + \cos \frac{y}{\pi}$; $y(2.6) = 5.122$. Початкові значення $y(x)$ знайти методом Рунге-Кутта.

52. На відрізку $x \in [0; 1.2]$ з кроком $h = 0.1$ розв'язати рівняння модифікованим методом Ейлера: $y' = \frac{x}{y} + 0.5y$; $y(0) = 1$.