УМОВИ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

Київ — 2021

1. Чисельне інтегрування

1. Знайти наближене значення числа π з трьома правильними значущими цифрами за його інтегральним представленням $\pi = \int\limits_0^1 \frac{4}{1+x^2}dx$ за допомогою квадратурної формули лівих прямокутників. Яку кількість значень підінтегральної функції необхідно використати в цьому випадку?

2. Знайти наближене значення числа π з трьома правильними значущими цифрами за його інтегральним представленням $\pi = \int\limits_0^1 \frac{4}{1+x^2}dx$ за допомогою квадратурної формули правих прямокутників. Яку кількість значень підінтегральної функції необхідно використати в цьому випадку?

3. Знайти наближене значення числа π з трьома правильними значущими цифрами за його інтегральним представленням $\pi = \int\limits_0^1 \frac{4}{1+x^2}dx$ за допомогою квадратурної формули середніх прямокутників. Яку кількість значень підінтегральної функції необхідно використати в цьому випадку?

4. Знайти наближене значення числа π з трьома правильними значущими цифрами за його інтегральним представленням $\pi = \int\limits_0^1 \frac{4}{1+x^2}dx$ за допомогою квадратурної формули трапецій. Яку кількість значень підінтегральної функції необхідно використати в цьомуу випадку?

5. Знайти наближене значення числа π з трьома правильними значущими цифрами за його інтегральним представленням $\pi = \int\limits_0^1 \frac{4}{1+x^2}dx$ за допомогою квадратурної формули Сімпсона. Яку кількість значень підінтегральної функції необхідно використати в цьому випадку?

6. При $n = 10$ за формулою трапецій наближено обчислити значення сталої Каталана $G = \int\limits_0^1 \frac{\arctan x}{x}dx$.

7. Наближено обчислити повний еліптичний інтеграл другого роду $E\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \int\limits_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \frac{1}{2}\sin^2 x dx}$ з точністю 0,05 за формулою середніх прямокутників.

8. На скільки частин необхідно розбити відрізок $[0;1]$, щоб обчислити значення функції Лапласа $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^x e^{-t^2}dt$ при $x = 1$ з похибкою $\varepsilon \leqslant 10^{-6}$ а) за формулою середніх прямокутників; б) за формлою Сімпсона ?

9. Скільки значень підінтегральної функції необхідно знати, щоб наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_1^2 \frac{\ln x}{x} dx$ за формулою трапецій з точністю $\varepsilon = 0,01$.

10. За формулою Сімпсона обчислити функцію Лобачевського $F(x) = -\int\limits_0^x \ln\cos t dt$ для $x = \pi/2$ з точністю $\varepsilon = 0,001$.

11. Побудувати таблиці функції Лобачевського (задача 10) з 4 правильними значущими цифрами на проміжку $[0;\pi/2]$ з кроком $\pi/36$, побудувати графік функції.

12. За формулою Сімпсона обчислити функцію Лобачевського $F(x) = -\int\limits_0^x \ln\cos t dt$ для $x = \pi/2$ з точністю $\varepsilon = 0,001$.

13. Побудувати таблиці функції Лобачевського $F(x) = -\int\limits_0^x \ln\cos t dt$ з 2 правильними значущими цифрами на проміжку $[0;\pi/2]$ з кроком $\pi/36$, побудувати графік функції. Використати формулу правих прямокутників, правило Рунге.

14. Побудувати таблиці функції Лобачевського $F(x) = -\int\limits_0^x \ln\cos t dt$ з 2 правильними значущими цифрами

цифрами на проміжку $[0;\pi/2]$ з кроком $\pi/36$, побудувати графік функції. Використати формулу лівих прямокутників, оцінку залишкових членів.

15. Побудувати таблиці функції Лобачевського $F(x) = -\int\limits_0^x \ln\cos t dt$ з 2 правильними значущими цифрами на проміжку $[0;\pi/2]$ з кроком $\pi/36$, побудувати графік функції. Використати формулу середніх прямокутників, правило Рунге.

16. Побудувати таблиці функції Лобачевського $F(x) = -\int\limits_0^x \ln\cos t dt$ з 4 правильними значущими цифрами на проміжку $[0;\pi/2]$ з кроком $\pi/36$, побудувати графік функції. Використати формулу Сімпсона, правило Рунге.

17. Побудувати таблиці функції Лобачевського $F(x) = -\int\limits_0^x \ln\cos t dt$ з 2 правильними значущими цифрами на проміжку $[0;\pi/2]$ з кроком $\pi/36$, побудувати графік функції. Використати формулу трапецій, оцінку залишкових членів.

18. Наближено обчислити довжину дуги еліпса за формулою $L = 4\int\limits_0^{\pi/2}\sqrt{a^2\sin^2 t + b^2\cos^2 t}dt$ за допомогою таблиці Ромберга, використавши 4 кроки.

19. Ймовірність, що значення нормально розподіленої випадкової величини буде менше заданого числа x задається формулою $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{0}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$. Наближено обчислити значення $p(0,5)$, $p(1)$, $p(5)$ за допомогою таблиці Ромберга, використавши три кроки.

15. Обчислити ділогарифм Ейлера $F(x) = -\int\limits_{0}^{x} \frac{\ln(1-t)}{t} dt$ за формулою Гауса. Побудувати таблиці ділогарифмів Ейлера з 6 правильними значущими цифрами на проміжку $[0; 1]$ з кроком $0,01$, побудувати графік функції.

20. За формулою Гауса обчислити функцію інтегрального логарифма $F(x) = \int\limits_{0}^{x} \frac{dt}{\ln t}$. Побудувати таблиці інтегрального логарифма з 6 правильними значущими цифрами на проміжку $[0; 0,5]$ з кроком $0,01$, побудувати графік функції.

21. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_{0}^{1} \frac{dx}{\sqrt{x(1+x^2)}}$ за допомогою методу обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,5$. Використати метод лівих прямокутників, оцінку залишкових членів.

22. Наближено обчислити інтеграл $I =$

$\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1+x^2)}}$ за допомогою методу обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,5$. Використати метод правих прямокутників, правило Рунге.

23. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1+x^2)}}$ за допомогою методу обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,5$. Використати метод середніх прямокутників, оцінку залишкових членів.

24. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1+x^2)}}$ за допомогою методу обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,5$. Використати метод трапецій, правило Рунге.

25. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1+x^2)}}$ за допомогою методу обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,5$. Використати метод Сімпсона, оцінку залишкових членів.

26. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{x}}dx$ методом Канторовича. Використати квадратурну формулу лівих прямокутників.

27. Наближено обчислити інтеграл $I =$

$\int\limits_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{x}}dx$ методом Канторовича. Використати квадратурну формулу правих прямокутників.

28. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{x}}dx$ методом Канторовича. Використати квадратурну формулу середніх прямокутників.

29. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{x}}dx$ методом Канторовича. Використати квадратурну формулу трапецій.

30. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{x}}dx$ методом Канторовича. Використати квадратурну формулу Сімпсона.

31. Використавши заміну змінної інтегрування, наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-x}}{1+x}dx$ за формулою лівих прямокутників з точністю $\varepsilon = 10^{-1}$.

32. Використавши заміну змінної інтегрування, наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-x}}{1+x}dx$ за формулою правих прямокутників з точністю $\varepsilon = 2 \times 10^{-1}$.

33. Використавши заміну змінної інтегрування, наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-x}}{1+x}dx$ за формулою середніх прямокутників з точністю $\varepsilon = 5 \times 10^{-2}$.

34. Використавши заміну змінної інтегрування, наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-x}}{1+x}dx$ за формулою трапецій з точністю $\varepsilon = 10^{-2}$.

35. Використавши заміну змінної інтегрування, наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-x}}{1+x}dx$ за формулою Сімпсона з точністю $\varepsilon = 10^{-2}$.

36. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \ln \operatorname{th} \frac{x}{2} dx$ за формулою Гауса для $n = 2$. Оцінити похибку.

37. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{e^{x^2-x}}$ за формулою Гауса для $n = 3$. Оцінити похибку.

38. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_2^\infty \frac{dx}{1+x^3}dx$ за допомогою методу обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,005$. Використати метод лівих прямокутників, правило Рунге.

39. Наближено обчислити інтеграл $I =$

$\int\limits_{2}^{\infty} \frac{dx}{1+x^3}dx$ за допомогою методу обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,005$. Використати метод правих прямокутників, оцінку залишкових членів.

40. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_{2}^{\infty} \frac{dx}{1+x^3}dx$ за допомогою методу обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,005$. Використати метод середніх прямокутників, правило Рунге.

41. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_{2}^{\infty} \frac{dx}{1+x^3}dx$ за допомогою методу обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,005$. Використати метод трапецій, оцінку залишкових членів.

42. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_{2}^{\infty} \frac{dx}{1+x^3}dx$ за допомогою методу обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,005$. Використати метод Сімпсона, правило Рунге.

43. Обчислити інтеграл $I = \int\limits_{1}^{\infty} \frac{\arctan x}{1+x^3}dx$ з точністю 10^{-4}, користуючись формулою Сімпсона. Оцінити верхню межу інтегрування, для оцінки точності головної частини інтегралу застосувати принцип Рунге.

44. Обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \dfrac{\sin x}{2 + x^2} e^{-x^2/2} dx$ з точністю 10^{-4}, користуючись формулою прямокутників. Оцінити верхню межу інтегрування, для оцінки точності головної частини інтегралу застосувати принцип Рунге.

45. Обчислити інтеграл $I = \int\limits_1^\infty \dfrac{xe^{-x^2}}{2 + \sin x} dx$, користуючись формулою Сімпсона з кроком $h = 0.01$. Верхню межу інтегрування обирати з міркувань точності $\varepsilon = 10^{-4}$.

46. Обчислити з точністю $\varepsilon = 10^{-5}$ інтеграл $I(\omega) = \int\limits_0^\infty \sin(\omega x) e^{-x^3} dx$ при $\omega = 1; 10; 20; 20$. Оцінити верхню межу інтегрування, для оцінки точності головної частини інтегралу застосувати принцип Рунге.

47. Обчислити інтеграл $I(a) = \int\limits_1^\infty \dfrac{e^{-x}}{a + x} dx$, $a = 1; 2; ...; 10$ з точністю $\varepsilon = 10^{-4}$, користуючись формулою трапецій. Оцінити верхню межу інтегрування, для оцінки точності головної частини інтегралу застосувати принцип Рунге.

48. Обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^1 e^x \ln(1 + x^2) dx$. За допомогою формули Сімпсона з точністю $\varepsilon = 10^{-1}; 10^{-2}; 10^{-3}$. Для підбору кроку використати принцип Рунге. Проаналізувати величину кроку в залежності від точності.

49. Обчислити інтеграл $I(a) = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-ax^2}}{a+x}dx$ при $a = 0.1; 0.2; ...; 1$, користуючись формулою середніх прямокутників з кроком $h = 0.01$. Верхню межу інтегрування обирати з міркувань точності $\varepsilon = 10^{-4}$.

50. Обчислити інтеграл з точністю $\varepsilon = 10^{-5}$ $I(a) = \int\limits_0^\infty \frac{\sin(ax)}{a+x^2}e^{-x^2}dx$ при $a = 1; 2; ...; 10$, користуючись формулою трапецій. Оцінити верхню межу інтегрування, для оцінки точності головної частини інтегралу застосувати принцип Рунге.

51. Обчислити інтеграл з точністю $\varepsilon = 10^{-5}$: $I = \int\limits_1^\infty \frac{\sin(3x)}{x^2}dx$ користуючись формулою середніх прямокутників. Оцінити верхню межу інтегрування, для оцінки точності головної частини інтегралу застосувати принцип Рунге.

52. Обчислити інтеграл з точністю $\varepsilon = 10^{-4}$: $I = \int\limits_1^\infty \frac{\ln x \sin x}{x^4+1}dx$ користуючись формулою Сімпсона. Оцінити верхню межу інтегрування, для оцінки точності головної частини інтегралу застосувати принцип Рунге.