УМОВИ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

Київ — 2023

1. Чисельне інтегрування

1. Обчислити інтеграл з точністю $\varepsilon = 10^{-4}$: $I = \int\limits_1^{\infty} \frac{\ln x \sin x}{x^4+1} dx$ користуючись формулою Сімпсона, принципом Рунге та 1) методом обрізання границь 2) заміною змінної інтегрування.

2. Обчислити інтеграл з точністю $\varepsilon = 10^{-5}$: $I = \int\limits_1^{\infty} \frac{\sin(3x)}{x^2} dx$ користуючись формулою середніх прямокутників, оцінкою залишкового члену та 1) методом обрізання границь 2) заміною змінної інтегрування.

3. Обчислити інтеграл з точністю $\varepsilon = 10^{-5}$ $I(a) = \int\limits_0^{\infty} \frac{\sin(ax)}{a+x^2} e^{-x^2} dx$ при $a = 1; 2; ...; 10$, користуючись формулою трапецій, принципом Рунге та 1) методом обрізання границь 2) формулами Гауса.

4. Обчислити інтеграл $I(a) = \int\limits_0^{\infty} \frac{e^{-ax^2}}{a+x} dx$ при $a = 0.1; 0.2; ...; 1$, користуючись формулою середніх прямокутників з кроком $h = 0.01$. Верхню межу інтегрування обирати з міркувань точності $\varepsilon = 10^{-4}$ 1) методом обрізання границь 2) методом Гауса.

5. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{x}} dx$, користуючись формулою Сімпсона, оцінкою залишкового члену і точністю $\varepsilon = 10^{-4}$ та 1) методом Канторовича 2) методом обрізання границь. В методі Канторовича проаналізувати зв'язок кількості додантків в ряді Тейлора та точністю відповідного інтегралу.

6. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1+x^2)}}$, користуючись формулою трапецій, принципом Рунге і точністю $\varepsilon = 10^{-3}$ та 1) методом Канторовича 2) методом обрізання границь. В методі Канторовича проаналізувати зв'язок кількості додантків в ряді Тейлора та точністю відповідного інтегралу.

7. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-x}}{1+x} dx$, використавши 1) формули Гауса з точністю $\varepsilon = 10^{-4}$ 2) заміну змінної, таблицю Ромберга із 4 кроками та формулу середніх прямокутників.

8. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{e^{x^2-x}}$, використавши 1) формули Гауса з точністю $\varepsilon = 10^{-3}$ 2) метод обрізання границь, формулу Сімпсона та таблицю Ромберга з 4 кроками.

9. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_{2}^{\infty} \frac{dx}{1+x^3} dx$, використавши 1) метод обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,005$, метод трапецій, правило Рунге 2) заміну змінної та таблицю Ромберга з кроком 4.

10. Обчислити інтеграл $I = \int\limits_{0}^{\infty} \frac{\sin x}{2+x^2} e^{-x^2/2} dx$ з точністю 10^{-4}, користуючись 1) формулою прямокутників, оцінкою залишкових членів та методом обрізання границь 2) заміною змінної та уточненням Річардсона.

11. Обчислити ділогарифм Ейлера $F(x) = -\int\limits_{0}^{x} \frac{\ln(1-t)}{t} dt$ за 1) формулою Гауса; 2) Сімпсона з оцінкою залишкових членів. Побудувати таблиці ділогарифмів Ейлера з 6 правильними значущими цифрами на проміжку $[0;1]$ з кроком $0,01$, побудувати графік функції.

12. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_{0}^{\infty} \ln \operatorname{th} \frac{x}{2} dx$ за 1) формулою Гауса з точністю $\varepsilon = 0,005$ та 2) заміною змінної із формулою трапецій, правилом Рунге.

13. Обчислити інтеграл $I = \int\limits_{1}^{\infty} \frac{\arctan x}{1+x^3} dx$ з точністю 10^{-4}, користуючись формулою Сімпсона, Рунге, 1) метод обрізання границь, 2) заміну змінної.

14. Обчислити інтеграл $I = \int\limits_1^{\infty} \dfrac{xe^{-x^2}}{2+\sin x} dx$, користуючись формулою Сімпсона з оцінкою залишкових членів, 1) методом обрізання границь та 2) заміною змінною з уточненням Річардсона. Точність $\varepsilon = 10^{-6}$.

15. Обчислити з точністю $\varepsilon = 10^{-5}$ інтеграл $I(\omega) = \int\limits_0^{\infty} \sin(\omega x) e^{-x^3} dx$ при $\omega = 1; 10; 20; 20.$ Використати метод обрізання границь, 1) метод середніх прямокутників, принцип Рунге та 2) таблицю Ромберга з кроком 4.

16. Обчислити інтеграл $I(a) = \int\limits_1^{\infty} \dfrac{e^{-x}}{a+x} dx$, $a = 1; 2; ...; 10$ з точністю $\varepsilon = 10^{-4}$, користуючись формулою трапецій. Використати метод обрізання границь, 1) принцип Рунге та 2) таблицю Ромберга з кроком 4.

17. Обчислити інтеграл з точністю $\varepsilon = 10^{-4}$: $I = \int\limits_1^{\infty} \dfrac{\ln x \sin x}{x^4+1} dx$ користуючись формулою середніх прямокутників, оцінкою залишкового члена та 1) методом обрізання границь 2) заміною змінної інтегрування.

18. Обчислити інтеграл з точністю $\varepsilon = 10^{-5}$: $I = \int\limits_{1}^{\infty} \frac{\sin(3x)}{x^2} dx$ користуючись формулою Сімпсона, правилом Рунге та 1) методом обрізання границь 2) заміною змінної інтегрування.

19. Обчислити інтеграл з точністю $\varepsilon = 10^{-5}$ $I(a) = \int\limits_{0}^{\infty} \frac{\sin(ax)}{a + x^2} e^{-x^2} dx$ при $a = 1; 2; ...; 10$, користуючись формулою Сімпсона, принципом Рунге та 1) методом обрізання границь 2) формулами Гауса.

20. Обчислити інтеграл $I(a) = \int\limits_{0}^{\infty} \frac{e^{-ax^2}}{a + x} dx$ при $a = 0.1; 0.2; ...; 1$, користуючись формулою трапецій з кроком $h = 0.01$. Верхню межу інтегрування обирати з міркувань точності $\varepsilon = 10^{-4}$ 1) методом обрізання границь 2) методом Гауса.

21. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_{0}^{1} \frac{e^x}{\sqrt{x}} dx$, користуючись формулою трапецій, правилом Рунге і точністю $\varepsilon = 10^{-4}$ та 1) методом Канторовича 2) методом обрізання границь. В методі Канторовича проаналізувати зв'язок кількості додантків в ряді Тейлора та точністю відповідного інтегралу.

22. Наближено обчислити інтеграл $I =$

$\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1+x^2)}}$, користуючись формулою середніх прямокутників, оцінкою залишкового члена і точністю $\varepsilon = 10^{-3}$ та 1) методом Канторовича 2) методом обрізання границь. В методі Канторовича проаналізувати зв'язок кількості додантків в ряді Тейлора та точністю відповідного інтегралу.

23. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-x}}{1+x} dx$, використавши 1) формули Гауса з точністю $\varepsilon = 10^{-4}$ 2) заміну змінної, таблицю Ромберга із 4 кроками та Сімпсона.

24. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{e^{x^2-x}}$, використавши 1) формули Гауса з точністю $\varepsilon = 10^{-3}$ 2) метод обрізання границь, формулу трапецій та таблицю Ромберга з 4 кроками.

25. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_2^\infty \frac{dx}{1+x^3} dx$, використавши 1) метод обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,005$, метод середніх прямокутників, оцінку залишкових членів 2) заміну змінної та таблицю Ромберга з кроком 4.

26. Обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \frac{\sin x}{2+x^2} e^{-x^2/2} dx$ з точністю 10^{-4}, користуючись 1) формулою Сімпсона, принципом Рунге та методом обрізання границь 2) заміною змінної та уточненням Річардсона.

27. Обчислити ділогарифм Ейлера $F(x) = -\int\limits_0^x \frac{\ln(1-t)}{t}dt$ за 1) формулою Гауса; 2) трапецій з принципом Рунге. Побудувати таблиці ділогарифмів Ейлера з 6 правильними значущими цифрами на проміжку $[0;1]$ з кроком $0,01$, побудувати графік функції.

28. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \ln \operatorname{th} \frac{x}{2} dx$ за 1) формулою Гауса з точністю $\varepsilon = 0,005$ та 2) заміною змінної із формулою середніх прямокутників, оцінкою залишкових членів.

29. Обчислити інтеграл $I = \int\limits_1^\infty \frac{\arctan x}{1+x^3}dx$ з точністю 10^{-4}, користуючись формулою трапецій, оцінкою залишкових членів, 1) метод обрізання границь, 2) заміну змінної.

30. Обчислити інтеграл $I = \int\limits_1^\infty \frac{xe^{-x^2}}{2+\sin x}dx$, користуючись формулою середніх прямокутників, правилом Рунге, 1) методом обрізання границь та 2) заміною змінною з уточненням Річардсона. Точність $\varepsilon = 10^{-6}$.

31. Обчислити з точністю $\varepsilon = 10^{-5}$ інтеграл

$I(\omega) = \int\limits_0^\infty \sin(\omega x) e^{-x^3} dx$ при $\omega = 1; 10; 20; 20.$ Використати метод обрізання границь, 1) метод Сімпсона, оцінку залишкових членів та 2) таблицю Ромберга з кроком 4.

32. Обчислити інтеграл $I(a) = \int\limits_1^\infty \dfrac{e^{-x}}{a+x} dx$, $a = 1; 2; ...; 10$ з точністю $\varepsilon = 10^{-4}$, користуючись формулою Сімпсона. Використати метод обрізання границь, 1) принцип Рунге та 2) таблицю Ромберга з кроком 4.